

2019年天津河西区高三一模文科数学试卷

一、选择题（本大题共8题，每小题5分，共计40分）

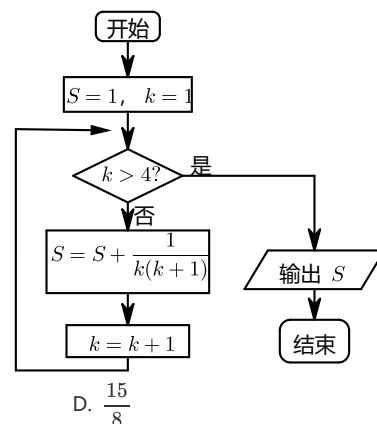
1. 设集合 $S = \{x | x > -2\}$, $T = \{x | x^2 + 3x - 4 \leq 0\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} S) \cup T = ()$.

- A. $(-2, 1]$ B. $(-\infty, -4]$ C. $(-\infty, 1]$ D. $[1, +\infty)$

2. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq 2x \\ x + y \leq 1 \\ y \geq -1 \end{cases}$, 则 $x + 2y$ 的最大值是 ().

- A. $-\frac{5}{2}$ B. 0 C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{5}{2}$

3. 某程序框图如图所示, 则该程序运行后输出的值是 ().



- A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{11}{6}$ C. $\frac{13}{7}$ D. $\frac{15}{8}$

4. 设 $x \in \mathbb{R}$, 则 " $|x| < 2$ " 是 " $\sqrt{x} < 4$ " 的 ().

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 设 $a = \log_3 e$, $b = e^{15}$, $c = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{4}$, 则 ().

- A. $b < a < c$ B. $c < a < b$ C. $c < b < a$ D. $a < c < b$

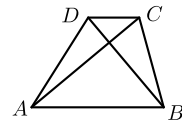
6. 以下关于函数 $f(x) = \sin 2x - \cos 2x$ 的命题, 正确的是 ().

- A. 函数 $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{2}{3}\pi)$ 上单调递增
B. 直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 是函数 $y = f(x)$ 图象的一条对称轴
C. 点 $(\frac{\pi}{4}, 0)$ 是函数 $y = f(x)$ 图象的一个对称中心
D. 将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位, 可得到 $y = \sqrt{2} \sin 2x$ 的图象

7. 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 上一点 $M(1, m) (m > 0)$ 到其焦点的距离为 5, 双曲线 $\frac{x^2}{a} - y^2 = 1$ 的左顶点为 A, 若双曲线的一条渐近线与直线 AM 平行, 则实数 a 的值是 ().

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{25}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{3}$

8. 如图梯形 $ABCD$, $AB \parallel CD$, 且 $AB = 5$, $AD = 2DC = 4$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$, 则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的值为 () .



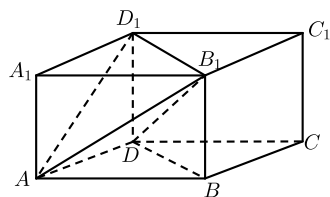
- A. $\frac{15}{13}$ B. 10 C. 15 D. $-\frac{15}{13}$

二、填空题 (本大题共6题, 每小题5分, 共计30分)

9. i 是虚数单位, 若复数 z 满足 $(3 - 4i)z = 5$, 则 $z =$ _____ .

10. 已知函数 $f(x) = x \ln x$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 则 $f'(e)$ 的值为 _____ .

11. 如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AD = 3\text{cm}$, $AA_1 = 2\text{cm}$, 则三棱锥 $A - B_1D_1D$ 的体积为 _____ cm^3 .



12. 已知圆 C 经过 $A(5, 1)$, $B(1, 3)$ 两点, 圆心在 x 轴上, 则 C 的方程为 _____ .

13. 已知 $x > 0$, $y > 0$, 且 $2x + 8y - xy = 0$, 则 xy 的最小值为 _____ .

14. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \in [0, 1) \\ 2 - x^2, & x \in [-1, 0) \end{cases}$ 且 $f(x+2) = f(x)$, $g(x) = \frac{2x+5}{x+2}$, 则方程 $f(x) = g(x)$ 在区间 $[-5, 1]$ 上的所有实根之和为 _____ .

三、解答题 (本大题共6题, 共计80分)

15. 某工厂甲、乙、丙三个车间生产了同一种产品, 数量分别为120件, 60件, 30件. 为了解它们的产品质量是否存在显著差异, 用分层抽样方法抽取了一个容量为 n 的样本进行调查, 其中从乙车间的产品中抽取了2件.

(1) 应从甲、丙两个车间的产品中分别抽取多少件, 样本容量 n 为多少?

(2) 设抽出的 n 件产品分别用 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 表示, 现从中随机抽取2件产品.

1 试用所给字母列举出所有可能的抽取结果.

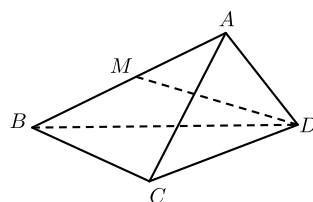
2 设 M 为事件“抽取的2件产品来自不同车间”, 求事件 M 发生的概率.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 对应的边为 a, b, c , 已知 $a \cos C + \frac{1}{2}c = b$.

(1) 求角 A .

(2) 若 $b = 4, c = 6$, 求 $\cos B$ 和 $\cos(A + 2B)$ 的值.

17. 如图, 已知三棱锥 $A - BCD$ 中, 平面 $ABD \perp$ 平面 ABC , $AB \perp AD$, $BC \perp AC$, $BD = 3$, $AD = 1$, $AC = BC$, M 为线段 AB 的中点.



(1) 求证: $BC \perp$ 平面 ACD .

(2) 求异面直线 MD 与 BC 所成角的余弦值.

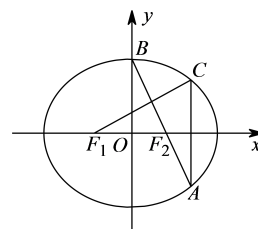
(3) 求直线 MD 与平面 ACD 所成角的余弦值.

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 3n^2 + 8n$, $\{b_n\}$ 是等差数列, 且 $a_n = b_n + b_{n+1}$.

(1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 令 $c_n = \frac{(a_n + 1)^{n+1}}{(b_n + 2)^n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中, F_1, F_2 分别是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 顶点 B 的坐标为 $(0, b)$, 连结 BF_2 并延长交椭圆于点 A , 过点 A 作 x 轴的垂线交椭圆于另一点 C , 连结 F_1C .



- (1) 若点 C 的坐标为 $(\frac{4}{3}, \frac{1}{3})$, 且 $BF_2 = \sqrt{2}$, 求椭圆的方程.
- (2) 若 $F_1C \perp AB$, 求椭圆离心率 e 的值.

20. 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + 4a$, (a, b 为常数) .

(1) 若 $a = 1, b = 3$.

1 求函数 $f(x)$ 在区间 $[-4, 2]$ 上的最大值及最小值.

2 若过点 $(1, t)$ 可作函数 $f(x)$ 的三条不同的切线, 求实数 t 的取值范围.

(2) 当 $x \in [1, 4]$ 时, 不等式 $0 \leq f(x) \leq 4x^2$ 恒成立, 求 $a + b$ 得取值范围.